

MPS 法によるピンポン玉雪崩実験の再現計算

大塚達也，清水康行（北海道大学大学院工学研究科），
大槻政哉，齋藤佳彦（株式会社雪研スノーイーターズ）

1. はじめに

雪崩を 3 次元的に再現することで防災上，様々な構造物の設計を行うことが可能になる．しかし現状の雪崩シミュレーションにおいて，雪崩を流動体として 3 次元的に表現するモデルは開発途上である．そこで，新たな雪崩シミュレーションモデルの開発にあたり，低温科学研究所が宮の森スキージャンプ台で行なったピンポン玉雪崩実験¹⁾の再現計算を粒子法のひとつである MPS 法²⁾を用いて行った．本研究では粉体であるピンポン玉の挙動を流体と仮定し，既存の MPS 法に空気抵抗項を考慮したモデルをつくった．そして，空気抵抗項の有無や動粘性係数の値によりどれくらい流れに影響があるのか確認し，モデルの再現性について考察した．

2. 計算手法

2. 1 粒子法（MPS 法）について

粒子法は完全 Lagrange 的手法である．連続体を有限個の粒子で表し，各粒子は圧力などの変数を保持して移動する．そのため，差分法や有限要素法のような格子は使用しない．粒子法には離散要素法（DEM），SPH 法（Smoothed Particle Hydrodynamics），MPS 法などがあるが，MPS 法は DEM のような粉体を構成する粒子をそのまま粒子として計算する方法ではなく，連続体の支配方程式を勾配や発散といった微分演算子に対応する粒子間相互作用モデルによって離散化する方法である³⁾．

2. 2 基礎式

雪崩を流体と仮定し，連続式を式（1）に，運動方程式を式（2）にそれぞれ示す．

$$\frac{D\rho}{Dt}=0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\nabla P + \rho \nabla^2 u + \rho g - F_a - F_b \quad (2)$$

ここで， ρ ：粒子の密度， u ：速度， P ：圧力， ν ：動粘性係数， g ：重力加速度， F_a ：空気抵抗， F_b ：底面摩擦を表している．

空気抵抗 F_a を式（3）に示す．

$$F_a = \frac{1}{2} \rho_a C_D S u |u| \quad (3)$$

ここに， ρ_a ：空気の密度， C_D ：抵抗係数， S ：投影面積を表している．

また，抵抗係数 C_D はレイノルズ数 Re の値により変化する Schiller and Naumann の式を用いる．

$$C_D = \begin{cases} \frac{24}{Re} (1 + 0.15 Re^{0.687}) & Re \leq 1000 \\ 0.4 & Re > 1000 \end{cases} \quad (4)$$

また、底面摩擦 F_b は底面とピンポン玉との間で粘性が働くとし動粘性係数により与えている。

3. 計算条件

ピンポン玉雪崩がニュートン流体と仮定した上で、式 (2) の中の動粘性係数 ν を、 $\nu = 1.0 \times 10^{-4} \sim 1.0 \times 10^{-5}$ とした。行った計算 Case を表-1 に示す。Case1 は式 (2) の右辺第 4 項がない場合。すなわち、空気抵抗項無しの場合である。Case2 から Case6 は空気抵抗項を考慮していてそれぞれ異なる動粘性係数を与えている。また、すべての Case でピンポン玉の密度 ρ は 87.7 kg/m^3 とした。

陽的な計算が終了した時点で、 $n^* < 0.97n^0$ を満たす粒子を自由表面上に存在すると判定し³⁾、式 (2)、(3) の空気抵抗 F_a は自由表面上の粒子に働くとした (図-1)。

MPS 法では、壁などについても粒子として粒子数密度 n を計算する必要があるため、流体及び構造物を粒子の配列によって表す必要がある。本来のピンポン玉の直径は 0.0378 m だが、本研究では計算負荷を少なくするため粒子の平均間隔 $r_0 = 0.2 \text{ m}$ でピンポン玉及びスロープを表現した。計算に用いた宮の森スキージャンプ台の縦断図を図-2 に示す。

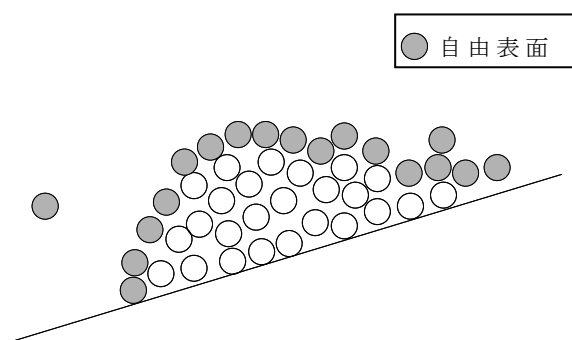


図-1 空気抵抗の影響を受ける粒子

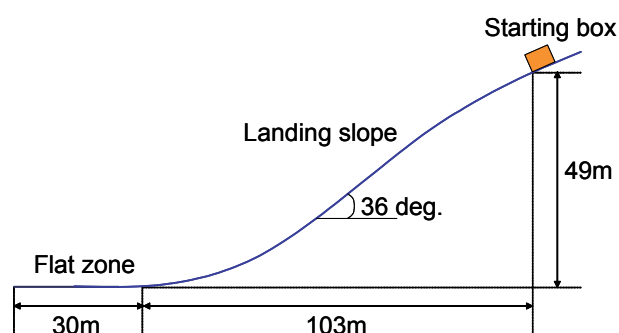


図-2 スキージャンプ台の縦断図

表-1 行った計算 Case

計算 Case	粘性項の ν	底面摩擦力項の ν	空気抵抗項の有無
Case1	1.0×10^{-2}	1.0×10^{-2}	無
Case2	1.0×10^{-2}	1.0×10^{-2}	有
Case3	1.0×10^{-4}	1.0×10^{-7}	有
Case4	1.0×10^{-5}	1.0×10^{-7}	有
Case5	1.0×10^{-4}	1.0×10^{-8}	有
Case6	1.0×10^{-5}	1.0×10^{-8}	有

4. 結果と考察

図-3, 図-4 に各 Case での計算結果を示す. ここで, 図中縦軸の平均速度とは式 (5) より求めたピンポン玉雪崩先端 42 個の粒子の平均である.

$$\bar{v} = \frac{\sum v_i}{42} \quad (5)$$

ここに, $\bar{v}$: 平均速度, v_i : 各雪崩粒子の合成速度.

Case1, Case2 を比較した結果を図-3 に示す. 同一の動粘性係数 ($\nu=1.0 \times 10^{-2}$) では空気抵抗項の有無により最大速度で約 7m/s, またその出現位置でも約 40m の差が出ることがわかった. 次に, 実現象ではピンポン玉に空気抵抗が作用すると考えられるので, 空気抵抗を考慮した Case3 から Case6 の計算結果をピンポン玉雪崩実験の結果¹⁾と比較した (図-4). Case3 から Case6 で動粘性係数をパラメータとして実測値により近づけることを試みたがそれぞれの Case であまり差は見られなかった. また, Case1 から Case6 すべてで最大速度の出現位置が実験値よりも手前になっている. 動粘性係数の値, 空気抵抗の有無に係わらずこのような現象が起こることから勾配が影響していると推測できる.

Case3 から Case6 の最大速度の値に着目すると, 実現象を再現できているといえる. 最大速度は雪崩災害を考えたときに最も重要になってくる値であり, それを再現できたことは大きな成果だといえる.

次に, ピンポン玉雪崩の流動形状を図-5 に示す. 図中 (左) が実験, (右) が Case3 の計算結果である. 実験ではピンポン玉雪崩先端部は空気抵抗のためまとまりを持って流下しているが, 計算結果は空気抵抗を考慮しているにもかかわらず粒子にまとまりが見られない. 連続体として運動するに十分な粒子数密度が得られなかったことなどが原因だと考えられるが, 空気抵抗の考慮の仕方を改善する必要がある.

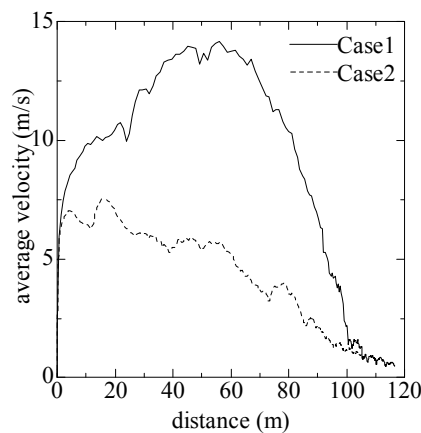


図-3 空気抵抗の有無による速度の比較

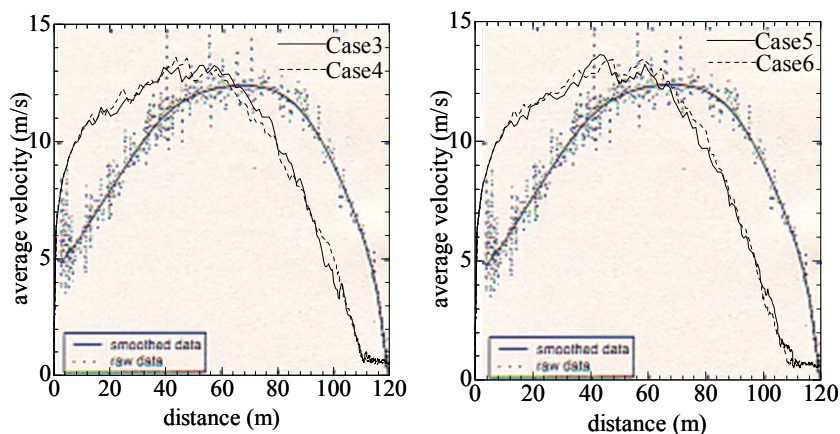


図-4 各 Case と実験値との比較

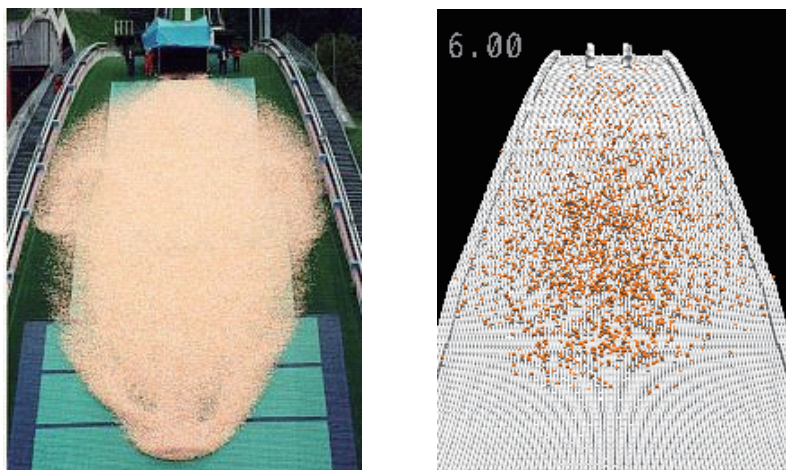


図-5 形状の比較

5. まとめ

本研究では、3次元MPS法を用いて空気抵抗を考慮した雪崩の数値計算を試みた。得られた結果を以下に列挙する。

- 1) 同一の動粘性係数でも空気抵抗項の有無で計算結果に大きな違いが出ることがわかった。
- 2) 空気抵抗を考慮することにより最大速度の再現性が確かめられた。
- 3) 空気抵抗を考慮した場合、動粘性係数 1.0×10^{-4} から 1.0×10^{-5} 、底面とピンポン玉との間の動粘性係数 1.0×10^{-7} から 1.0×10^{-8} の範囲では平均流速に違いは見られなかった。
- 4) 流動形状が実験結果の様なまとまりを持った形になっておらず、空気抵抗の与え方を改善する余地がある。

本研究では乱流抵抗などは考慮していないが、現象を捉える上で重要な最大速度が実験値と一致したことから粉体の挙動を流体として扱った本モデルでもある程度実現象を再現できているといえる。今後は、本来の目的である雪崩への適応を考え、空気抵抗の考慮の仕方を改善していきたいと考える。

参考文献

- 1) 小椋崇広, J. McElwaine, 西村浩一: 質量中心モデルを用いたピンポン玉雪崩の運動解析, 日本雪氷学会誌 雪氷 65 巻 2 号, pp.117-123, 2003.
- 2) Koshizuka, S. and Oka, Y.: Moving-Particle Semi-implicit Method For Fragmentation of Incompressible Fluid, Nucl. Sci. Eng., 123, pp.421-434, 1996.
- 3) 越塚誠一: 計算レクチャーシリーズ 5 粒子法, 日本計算学会編, 丸善株式会社.